

Silverberg-Gymnasium

2004/2005

Fach: Physik

Kursleiter: Herr Dr. Hütte

Planetenbahnen

von Andreas Kaiser

Abgabetermin: Mi. 09.02.2005

Inhaltsverzeichnis:

1. Einleitung.....	S.3
2. Hauptteil	
• Geschichte.....	S.3
• Die Keplerschen Gesetze.....	S.4
• Die Newtonschen Axiome und das Gravitationsgesetz.....	S.6
• Herleitung eines Keplerschen Gesetzes mit Hilfe des Gravitationsgesetzes.....	S.8
• Anwendungsbeispiel zum Gravitationsgesetz: Bestimmung der Masse eines Zentralkörpers.....	S.8
• Theorie.....	S.8
• Beispielrechnungen.....	S.9
• Energie und Bahnformen.....	S.10
• Schrittweise Berechnung der Planetenbahnen.....	S.13
3. Schluss.....	S.14
4. Literaturverzeichnis.....	S.15
5. Anhang.....	S.16
6. Bestätigung.....	S.19

Einleitung:

In dieser Arbeit möchte ich mich mit dem Thema Planetenbahnen auseinandersetzen. Hierbei werde ich sowohl auf die geschichtliche Entwicklung als auch auf die einzelnen physikalischen Elemente eingehen, die bei der Bewegung von Planeten eine Rolle spielen.

Hauptteil:

Geschichte:

Über die Planeten wird schon seit langer Zeit nachgedacht und auch philosophiert. So entwickelte bereits Ptolemäus (100-178) das erste Weltbild, in dem die Bewegung der Planeten fest einbezogen wurde. Sein geozentrisches Weltbild besagt, dass die Erde im Mittelpunkt des Universums steht und dass sich die Planeten (Sonne, Mond, Merkur, Venus, Mars, Jupiter, Saturn) auf Kristallkugeln um diese herum bewegen, also auf Kreisbahnen. Um diese Kristallkugeln soll sich eine weitere befinden, auf der die Fixsterne liegen. Das bedeutet, dass man bereits zu dieser Zeit erkannt hatte, dass sich nur wenige Planeten im Vergleich mit der Erde bewegen.

Dieses vor allem von Theologen und Philosophen vertretene Weltbild wurde bis ins 15. Jahrhundert als richtig angesehen, da man nicht glauben wollte, dass Gottes Schöpfung, die Erde, nicht das Zentrum des Universums sein sollte.

In dem heliozentrischen Weltbild von Nikolaus Kopernikus (1473-1543) ist im Gegensatz zum Weltbild des Ptolemäus nur die Position von Erde und Sonne getauscht worden. Kopernikus hielt ebenfalls an der Kreisform der Planetenbahnen fest, da diese die natürlichste sei, wie man früher annahm.

Diese Vorstellung konnte erst 100 Jahre nach Entstehung dieses neuen Weltbildes verworfen werden. Nach Kopernikus konnte man den Ort, an dem sich ein Planet befand, mit einer Genauigkeit von 10 Bogeminuten (10') bestimmen. Auf Grund neuer Beobachtungsmethoden, jedoch ohne Fernrohr, gelang es Tycho Brahe (1546-1601), die Genauigkeit auf ca. 1' zu senken. Dies grenzt an das Auflösungsvermögen des menschlichen Auges.¹

¹vgl. Joachim Grehn (Hrsg.); „Metzler Physik“; Seite 79

Aufgrund der Aufzeichnungen von Tycho Brahe, die in jahrzehntelanger Arbeit von Johannes Kepler (1571-1630) ausgewertet wurden, gelang diesem der erste große Schritt in der Erforschung der Bewegung der Planeten.

Daraufhin konnte er 1609 und 1619 seine drei Keplerschen Gesetze formulieren, in denen er die Form der Bahnkurve, eine Ellipse, festlegt, die Bewegungsform beschreibt und schließlich die Bahnparameter festlegt².

1626 wurde von Godfried Wendilin (1580-?)³ bewiesen, dass die Keplerschen Gesetze auch für die Jupitermonde und ihr Zentralgestirn gelten⁴.

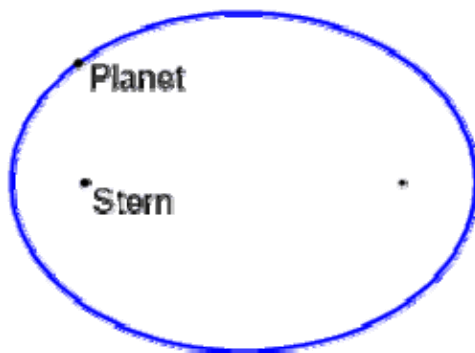
Sir Isaac Newton (1643-1727) war der erste, der die Gesetze der Mechanik auf die Planeten angewandt hat. Er konnte dadurch zeigen, dass an jedem beliebigen Ort im Universum die gleichen Gesetze gelten, wie auf der Erde. 1798 gelang es dem britischen Chemiker Henry Cavendish (1713-1810)⁵ mittels einer selbstkonstruierten Drehwaage die Gravitationskonstante γ , die in Newtons Gravitationsgesetz enthalten ist, zu bestimmen.

Die Berechnungsmöglichkeiten der Planetenbahnen sind mit der Zeit so exakt geworden, dass man berechnen konnte, wo die übrigen Planeten des Sonnensystems (Uranus, Neptun, Pluto) zu finden waren.⁶

Die Keplerschen Gesetze:

Johannes Kepler formulierte drei Gesetze. Zur Form der Bahnkurve sagt Kepler in seinem ersten Gesetz folgendes:

Planetenbahnen sind Ellipsen und in einem ihrer Brennpunkte ruht die Sonne.



7

²vgl. Joachim Grehn (Hrsg.); „Metzler Physik“; Seite 79

³ <http://www.magicdragon.com/UltimateSF/timeline17.html>

⁴ Felix R. Paturi; „Harenberg Schlüsseldaten Astronomie“; Seite 56)

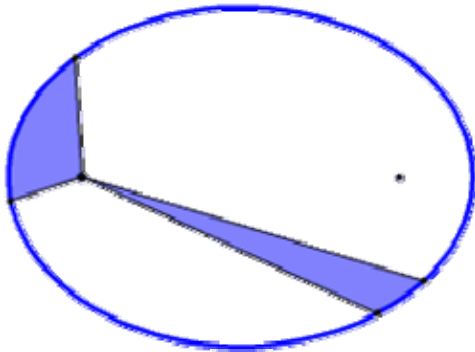
⁵ vgl. Felix R. Paturi; „Harenberg Schlüsseldaten Astronomie“; Seite 94

⁶ vgl. <http://www.astronomie.de/bibliothek/buchbesprechung/geschichte/buehrke-sternestunden-der-astronomie.htm>

⁷ http://de.wikipedia.org/wiki/Keplersche_Gesetze

In seinem zweiten Gesetz sagt Kepler, dass die von der Sonne zu einem Planeten gezogene Verbindungsgerade, der sogenannte *Fahr- bzw. Leitstrahl*, in jeweils gleichen Zeiten auch jeweils gleiche Flächen überstreicht. Daraus folgt, dass die Quotienten Fläche durch Zeit konstant sind.

$$\frac{\Delta A_1}{\Delta t_1} = \frac{\Delta A_2}{\Delta t_2} = \text{konstant}$$



8

Das dritte Keplersche Gesetz sagt aus, dass sich die Quadrate der Umlaufzeiten der einzelnen Planeten untereinander so verhalten wie die dritten Potenzen der großen Halbachsen ihrer Bahnellipsen.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Mit: T_i = Umlaufzeit

a_i = große Halbachse

„Die Keplerschen Gesetze gelten nur näherungsweise. Sie wären nur dann ganz exakt gültig, wenn die Masse der Planeten gegenüber der Sonnenmasse als vernachlässigbar klein betrachtet und die Anziehungskräfte der Planeten untereinander vernachlässigt werden kann.“⁹ Auch „bei Berücksichtigung der Mitbewegung der Sonne ergeben sich wegen der großen Sonnenmasse nur geringfügige Änderungen.“¹⁰

Die Keplerschen Gesetze lassen sich mit der Voraussetzung des Wirkens der Gravitationskraft mit Hilfe des Energieerhaltungssatzes der Mechanik und des Drehimpulserhaltungssatzes herleiten.¹¹

⁸ http://de.wikipedia.org/wiki/Keplersche_Gesetze

⁹ Fachredaktionen des Bibliographischen Instituts (Hrsg.); „Schülerduden: Die Physik“; Seite 194

¹⁰ Klaus Mehnert; „Physik im Überblick: Nachschlagen, Orientieren, Wiederholen“; Seite 15

¹¹ Klaus Mehnert; „Physik im Überblick: Nachschlagen, Orientieren, Wiederholen“; vgl. Seite 15

Die Newtonschen Axiome und das Gravitationsgesetz:

Die drei Newtonschen Axiome lauten:

1. Jeder Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Bewegung, solange keine Kraft auf ihn einwirkt (Trägheitsprinzip).
2. Die Kraft ist das Produkt aus Masse und Beschleunigung (Aktionsprinzip).

$$F = m \cdot a$$

3. Kraft und Gegenkraft zwischen zwei Körpern sind gleich groß und in ihrer Richtung entgegengesetzt (Reaktionsprinzip; actio = reactio)

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

„Aus diesen drei Bewegungsgesetzen leitet Newton die Massenanziehungskraft K (Gravitation) zwischen Erde und Mond ab.“¹²

Newton zeigte, dass das zweite Keplersche Gesetz mit der Annahme einer Zentralkraft erklärt werden kann. Mit Hilfe des dritten Keplerschen Gesetzes fand er heraus, dass die Zentralkraft umgekehrt zum Quadrat des Abstandes abnehmen muss. Daraufhin entdeckte er das Gravitationsgesetz. Newton zeigte, dass sich aus dem Gravitationsgesetz und den Axiomen die Keplerschen Gesetze folgern lassen.

Bei der Herleitung des Gravitationsgesetzes geht man von einem Planeten aus, der sich auf einer Kreisbahn bewegt. Die Sonne, die hier als Zentralkörper angenommen wird, übt auf den Planeten mit der Masse m , der mit einer Bahngeschwindigkeit v die Sonne umläuft, die Radialkraft mit dem Betrag

$$F = m \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot r = \frac{4\pi^2 \cdot m \cdot r}{T^2} \text{ aus}^{13}.$$

Für diese Bewegung gilt das dritte Keplersche Gesetz:

$$T^2 = a^3 \quad a = \text{große Halbachse der Ellipse}$$

mit: $a^3 = C \cdot r^3$

$$\rightarrow T^2 = C \cdot r^3$$

Einsetzen von T^2 in $F = \frac{4\pi^2 \cdot m \cdot r}{T^2}$

¹² Felix R. Paturi; „Harenberg Schlüsseldaten Astronomie“; Seite 60

¹³ vgl. Joachim Grehn (Hrsg.); „Metzler Physik“; Seite 81

$$\begin{aligned}
 F_1 &= \frac{4\pi^2 \cdot m \cdot r}{C \cdot r^3} \\
 &= \frac{4\pi^2 \cdot m}{C \cdot r^2} \\
 &= \frac{4\pi^2}{C} \cdot \frac{m}{r^2} \\
 &= C_1 \cdot \frac{m}{r^2}
 \end{aligned}$$

C_1 ist ein Proportionalitätsfaktor, der von der Masse m des angezogenen Körpers, also des Planeten, abhängig und vom Abstand r unabhängig ist.

Laut dem dritten Newtonschen Axiom übt der Planet auf den Zentralkörper, die Sonne, die gleiche Kraft aus, die jedoch entgegengesetzt wirkt. Diese Kraft muss proportional zur Masse M des Zentralkörpers, der Sonne, sein.

$$F_2 = C_2 \cdot \frac{M}{r^2}$$

Hierbei wird das dritte Newtonsche Axiom angewandt.

$$\begin{aligned}
 F_1 &= F_2 \\
 C_1 \cdot \frac{m}{r^2} &= C_2 \cdot \frac{M}{r^2}
 \end{aligned}$$

Da C_2 unabhängig von M ist, muss C_1 folglich proportional zu M sein.

$$\rightarrow C_1 = \gamma \cdot M \quad \gamma = \text{Proportionalitätsfaktor}$$

Also hat die Zentralkraft, die von einem Zentralkörper, der Sonne, auf einen Körper der Masse m , den Planeten, ausgeht, einen Betrag von

$$F_1 = \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

Laut Newton gilt dieses Gesetz nicht nur zwischen der Sonne und den Planeten sondern auch zwischen allen Körpern.

Gravitationsgesetz:

Zwei beliebige Körper mit der Masse m_1 und m_2 ziehen sich gegenseitig mit der Gravitationskraft F in Richtung der Verbindungslinien ihrer Schwerpunkte an. Die Gravitationskraft F ist proportional dem Produkt ihrer Massen m_1 und m_2 und umgekehrt proportional zum Quadrat ihres Abstands r .

$$F_1 = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

γ ist die Gravitationskonstante $\gamma = 6,673 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$

Herleitung eines Keplerschen Gesetzes mit Hilfe des Gravitationsgesetzes:

Zur Herleitung des dritten Keplerschen Gesetzes ist eine kreisförmige Umlaufbahn des Planeten um das Zentralgestirn anzunehmen. Der Radius r dieser Umlaufbahn soll der großen Halbachse a der Ellipse entsprechen.

Dabei wird das Gravitationsgesetz mit dem zweiten Newtonschen Axiom gleichgesetzt¹⁴.

$$\gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} = m \cdot a \quad \text{mit: } a = \omega^2 \cdot r$$

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} \quad T: \text{Periodendauer der Bewegung}$$

$$\gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} = m \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi}{T}\right)^2 \cdot r$$

$$T^2 \cdot \gamma \cdot m \cdot M = m \cdot r^3 \cdot 4 \cdot \pi^2$$

$$T^2 = \left(\frac{4 \cdot \pi^2}{\gamma \cdot M}\right) \cdot r^3$$

$$\left(\frac{4 \cdot \pi^2}{\gamma \cdot M}\right) = \text{konstant, abhängig von der Masse } M$$

Anwendungsbeispiel des Gravitationsgesetzes:

Bestimmung der Masse eines Zentralkörpers:

Theorie:

Die Massen M eines Zentralkörpers lassen sich nur dann bestimmen, wenn man die Umlaufzeit T und die mittlere Entfernung r des Planeten, der sich um den Zentralkörper herum bewegt, kennt.

¹⁴ vgl. David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker; „Physik“; Seite 385

Die Radialkraft des Planeten beträgt $F_R = m \cdot \omega^2 \cdot r$, die vom Zentralkörper ausgehende Gravitationskraft $F = \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$.

Durch Gleichsetzen der beiden Kräfte erhält man:

$$m \cdot \omega^2 \cdot r = \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

$\omega^2 \cdot r = \gamma \cdot \frac{M}{r^2} \rightarrow$ Die Masse M des Zentralkörpers ist unabhängig von der Masse m des Planeten.

$$\omega^2 \cdot r^3 = \gamma \cdot M$$

$$M = \frac{\omega^2 \cdot r^3}{\gamma} \quad \text{mit: } \omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

$$M = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^3}{T^2 \cdot \gamma}$$

Beispielrechnungen:

Zentralstern: Sonne

Planet: Erde

$$T = 365 \text{d } 6 \text{h } 9 \text{min } 10 \text{s})^{15} = 31558150 \text{s}$$

$$r \approx 1,496 \cdot 10^{11} \text{m} \quad (\text{mittlerer Abstand})^{16}$$

M_{\odot} = Masse der Sonne

$$M_{\odot} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (1,496 \cdot 10^{11} \text{m})^3}{6,673 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot (31558150 \text{s})^2}$$

$$M_{\odot} \approx 1,9889 \cdot 10^{30} \text{kg}$$

¹⁵ Joachim Grehn (Hrsg.); „Metzler Physik“; Seite 559

¹⁶ Joachim Grehn (Hrsg.); „Metzler Physik“; Seite 559

Zentralstern: Erde

Planet: Mond

$$T = 27\text{d } 7\text{h } 43\text{min } 12\text{s})^{17} = 2360562\text{s}$$

$$r \approx 3,844 \cdot 10^8 \text{ m (mittlerer Abstand)}^{18}$$

M_0 = Masse der Erde

$$M_0 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (3,844 \cdot 10^8 \text{ m})^3}{6,673 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot (2360562\text{s})^2}$$

$$M_0 \approx 6,0306 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

Dieser Wert weicht deutlich von dem Literaturwert $M_0 = 5,976 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ¹⁹ ab.

Der enorme Unterschied beruht darauf, dass sich das Drehzentrum zwischen Mond und Erde nicht im Mittelpunkt der Erde befindet.

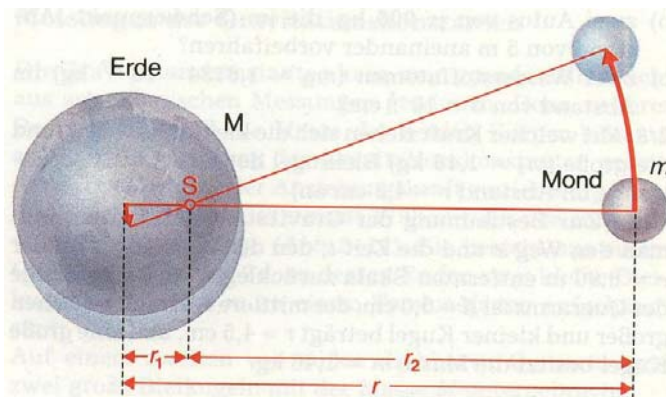


Abb. 2-16: Erde und Mond drehen sich beim Umlauf des Mondes um die Erde um einen gemeinsamen Schwerpunkt S, der im Erdinneren liegt. 20

Energie und Bahnformen:

Ein Planet, der um die Erde kreist, ändert seine Geschwindigkeit, von der die kinetische Energie E_{kin} abhängig ist, und den Abstand zum Erdmittelpunkt, der die potentielle Energie E_{pot} festlegt. Die gesamte mechanische Energie E bleibt konstant.²¹

¹⁷ Joachim Grehn (Hrsg.); „Metzler Physik“; Seite 559

¹⁸ Joachim Grehn (Hrsg.); „Metzler Physik“; Seite 559

¹⁹ Joachim Grehn (Hrsg.); „Metzler Physik“; Seite 559

²⁰ vgl. Joachim Grehn (Hrsg.); „Metzler Physik“; Seite 84

²¹ vgl. David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker; „Physik“; Seite 388

$$E_{\text{Pot}} = -\gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r} \quad r = \text{Radius der Umlaufbahn [kreisförmig]}$$

m = Masse des Planeten

M = Masse der Erde

Die kinetische Energie E_{Kin} erhält man durch Gleichsetzen des Gravitationsgesetzes mit dem zweiten Newtonschen Axiom ($F = m \cdot a$).

$$m \cdot a = \gamma \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \quad \text{mit: } a = \frac{v^2}{r}$$

$$m \cdot \frac{v^2}{r} = \gamma \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

$$v^2 = \gamma \cdot \frac{M}{r}$$

$$E_{\text{Kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot m \cdot \gamma \cdot \frac{M}{r}$$

Bei einer kreisförmigen Planetenumlaufbahn gilt also:

$$E_{\text{Kin}} = -\frac{E_{\text{Pot}}}{2}$$

Die gesamte mechanische Energie:

$$E = E_{\text{Kin}} + E_{\text{Pot}}$$

$$= -\frac{E_{\text{Pot}}}{2} + E_{\text{Pot}}$$

$$= \frac{E_{\text{Pot}}}{2}$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r}$$

→ Die gesamte mechanische Energie eines Planeten auf einer kreisförmigen Umlaufbahn ist gleich seiner negativen kinetischen Energie.

$$E = -E_{\text{Kin}}$$

Bei elliptischen Bahnen mit der großen Halbachse a verhalten sich diese Gesetzmäßigkeiten gleich.

Für den Aphel, den sonnenentferntesten Punkt der Erdbahn, ergibt sich die gesamte mechanische Energie²²:

$$E_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 - \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r_A}$$

Für den Perihel, den sonnennächsten Punkt der Erdbahn²³:

$$E_P = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_P^2 - \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r_P}$$

Durch Einsetzen des Flächensatzes $v_P \cdot r_P = v_A \cdot r_A$ für v_P in E_P ergibt sich²⁴:

$$E_P = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 \cdot \frac{r_A^2}{r_P^2} - \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r_P}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 \cdot \frac{r_A^2}{r_P^2} = E_P + \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r_P}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 = \frac{r_P^2}{r_A^2} \cdot \left(E_P + \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r_P} \right)$$

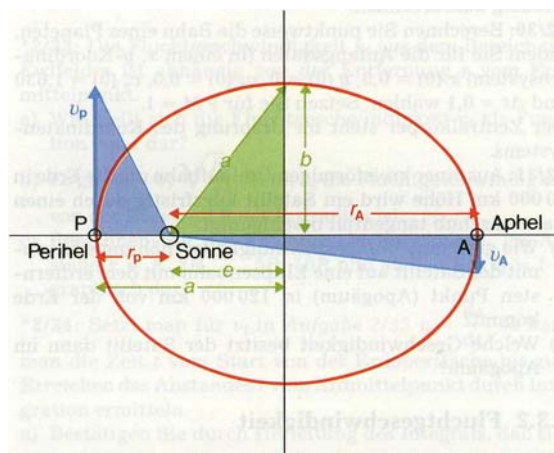
Einsetzen in E_A :

$$E_A = \frac{r_P^2}{r_A^2} \cdot \left(E_P + \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r_P} \right) - \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r_A}$$

Da $E = E_A = E_P$ folgt:

$$E = -\gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r_A + r_P}$$

Da $r_A + r_P = 2 \cdot a$



25

²² vgl. Joachim Grehn (Hrsg.); „Metzler Physik“; Seite 95

²³ vgl. Joachim Grehn (Hrsg.); „Metzler Physik“; Seite 95

²⁴ vgl. Joachim Grehn (Hrsg.); „Metzler Physik“; Seite 95

²⁵ Joachim Grehn (Hrsg.); „Metzler Physik“; Seite 95

Folgt:

$$E = -\frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{a}$$

Schrittweise Berechnung der Planetenbahnen:

Die Grundidee der schrittweisen Berechnung liegt darin, den Ort eines Planeten zur Zeit $t + \Delta t$ aus dem Ort zur Zeit t der gleichförmigen Bewegung ($s_{i+1} = s_i + v_i \cdot \Delta t$) näherungsweise zu berechnen. Dabei wählt man das sogenannte Halbschrittverfahren als Näherung, die der Realität sehr nahe kommt.²⁶

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t \cdot v_x \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right)$$

$$y(t + \Delta t) = y(t) + \Delta t \cdot v_y \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right)$$

Die Geschwindigkeiten $v_x \cdot \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right)$ und $v_y \cdot \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right)$ lassen sich nach den Gesetzen der gleichmäßig beschleunigten Bewegung ($v_{i+1} = v_i + a_i \cdot \Delta t$) berechnen.²⁷ Aus dem Halbschrittverfahren folgt:

$$v_x \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) = v_x \left(t - \frac{\Delta t}{2} \right) + \Delta t \cdot a_x(t)$$

$$v_y \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) = v_y \left(t - \frac{\Delta t}{2} \right) + \Delta t \cdot a_y(t)$$

Die Beschleunigungen a_x und a_y lassen sich mit Hilfe des Gravitationsgesetzes und des zweiten Newtonschen Axiom berechnen.²⁸

$$\frac{F_x}{F} = \frac{x}{r} \quad \text{mit: } F = -\gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

$$F_x = -\gamma \cdot \frac{x \cdot m \cdot M}{r^3}$$

Ebenfalls gilt:

$$F_y = -\gamma \cdot \frac{y \cdot m \cdot M}{r^3}$$

²⁶ vgl. Joachim Grehn (Hrsg.); „Metzler Physik“; Seite 93

²⁷ vgl. Joachim Grehn (Hrsg.); „Metzler Physik“; Seite 93

²⁸ vgl. Joachim Grehn (Hrsg.); „Metzler Physik“; Seite 93, 94

Aus dem zweiten Newtonschen Axiom ($F = m \cdot a$) folgt:

$$a_x(t) = \frac{F_x}{m} \quad \text{und:} \quad a_y(t) = \frac{F_y}{m}$$

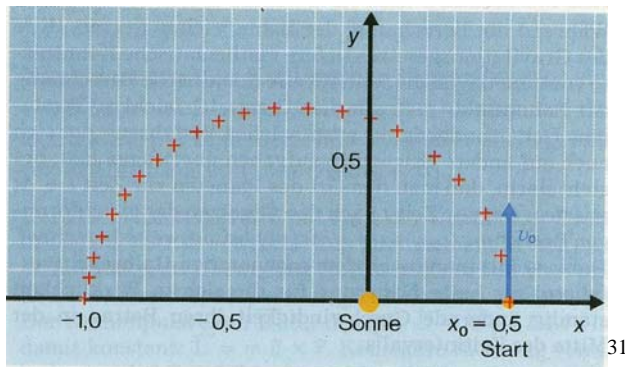
$$a_x(t) = -\gamma \cdot \frac{x(t) \cdot M}{r^3(t)} \quad a_y(t) = -\gamma \cdot \frac{y(t) \cdot M}{r^3(t)} \quad \text{mit: } r(t) = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}$$

„Für den Start in $x(0) = x_0$ und $y(0) = y_0$ mit der Geschwindigkeit $v_x(0) = v_{0x}$ und $v_y(0) = v_{0y}$ setzt man abweichend von dem obigen Verfahren

$$v_x\left(\frac{\Delta t}{2}\right) = v_{x0} + \frac{\Delta t}{2} \cdot a_x(0),$$

$$v_y\left(\frac{\Delta t}{2}\right) = v_{y0} + \frac{\Delta t}{2} \cdot a_y(0).“^{29}$$

Man geht bei der schrittweisen Berechnung der Planetenbahnen so vor, dass man zum Beispiel mit dem Computer Punkt für Punkt berechnet.³⁰



Maßstab: $1 = \gamma \cdot M$

Schluss:

Wie in dieser Arbeit gezeigt, lassen sich die Planetenbahnen mit Gesetzen beschreiben, die ebenso wie die drei Newtonschen Axiome aus der Mechanik stammen oder sich durch diese beweisen lassen. So kann man die Keplerschen Gesetze, wie bereits nachgewiesen, aus dem Gravitationsgesetz und den Axiomen herleiten. Aus diesem Grunde behaupte ich, dass Isaac Newton einer der bedeutendsten Wissenschaftler auf dem Gebiet der Erforschung der Planetenbahnen ist.

Bei der heutigen Berechnung der Planetenbahnen stellt sich die bislang noch unbeantwortete Frage, ob es in unserem Sonnensystem noch einen zehnten Planeten gibt, durch den man die Überschneidung der Bahnen des Neptun und des Pluto erklären kann und wo dieser Planet zu finden ist.

²⁹ Joachim Grehn (Hrsg.); „Metzler Physik“; Seite 94

³⁰ Joachim Grehn (Hrsg.); „Metzler Physik“; Seite 93, 94

³¹ Joachim Grehn (Hrsg.); „Metzler Physik“; Seite 94

Literaturverzeichnis:

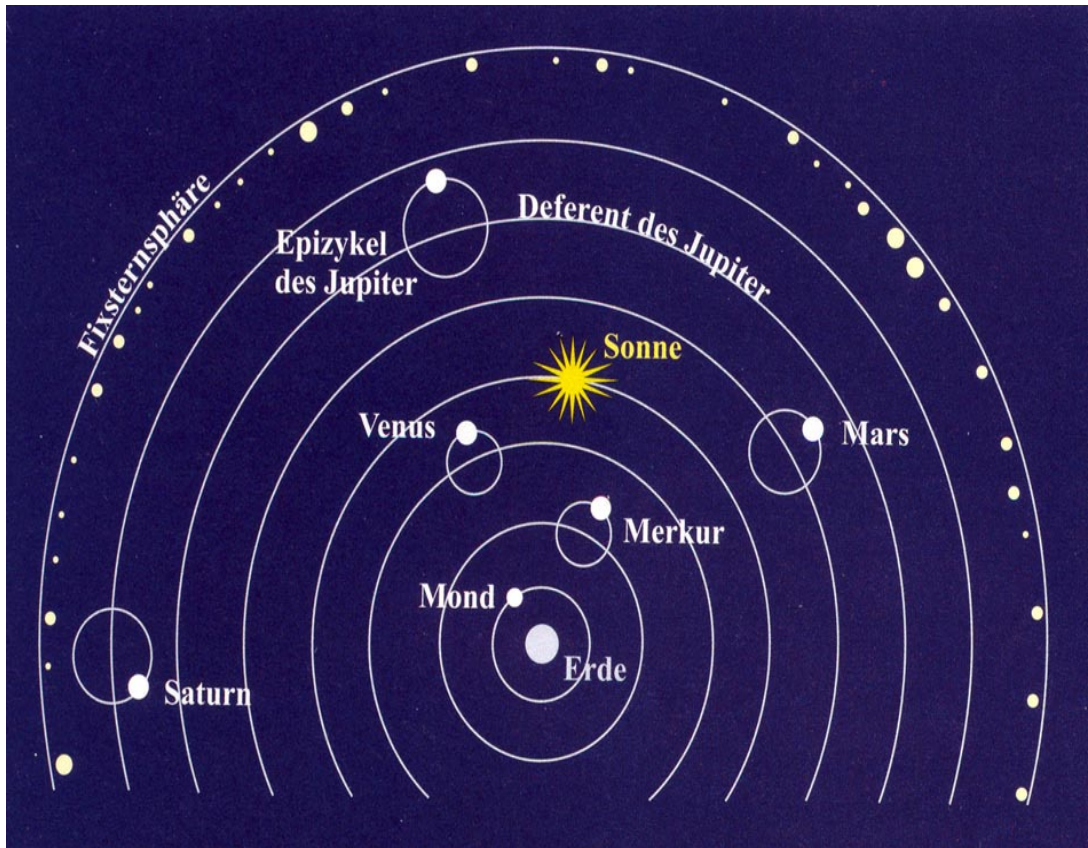
- Fachredaktion des Bibliographischen Instituts (Hrsg.); „Schülerduden: Die Physik – Ein Lexikon der gesamten Schulphysik“; Dudenverlag; Mannheim 1974
- David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker; „Physik“; Wiley – VCH GmbH & CO. KGaA. ; Weinheim 2003
- Joachim Grehn (Hrsg.); „Metzler Physik“; J.B. Metzlersche Verlagsbuchhandlung; Stuttgart 1988²
- Klaus Mehnert; „Physik im Überblick: Nachschlagen, Orientieren, Wiederholen“; Fachbuchverlag Leipzig Köln; Leipzig 1993
- Felix R. Paturi; „Harenberg, Schlüsseldaten Astronomie: Von den Sonnenuhren der Babylonier bis zu den Raumsonden im 21. Jahrhundert“; Harenberg Lexikon Verlag; Dortmund 1996

Internetquellen:

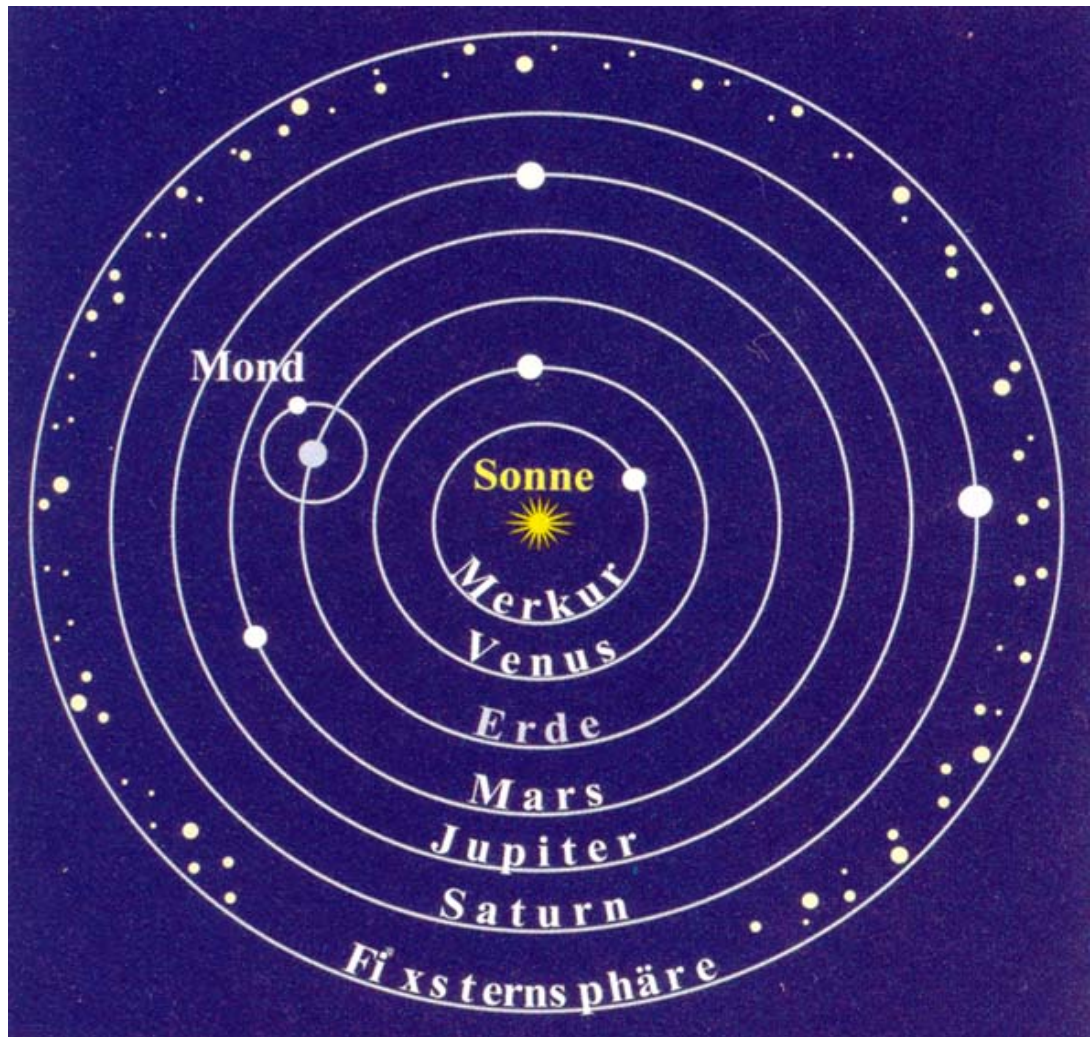
- <http://www.magicdragon.com/UltimateSF/timeline17.html>
- <http://www.astronomie.de/bibliothek/buchbesprechung/geschichte/buehrke-sternstunden-der-astronomie.htm>
- http://de.wikipedia.org/wiki/Keplersche_Gesetze
- <http://home.schule.at/lehrer/grof/physik/astronomie/astronomie.htm>

Anhang:

Geozentrisches Weltbild:

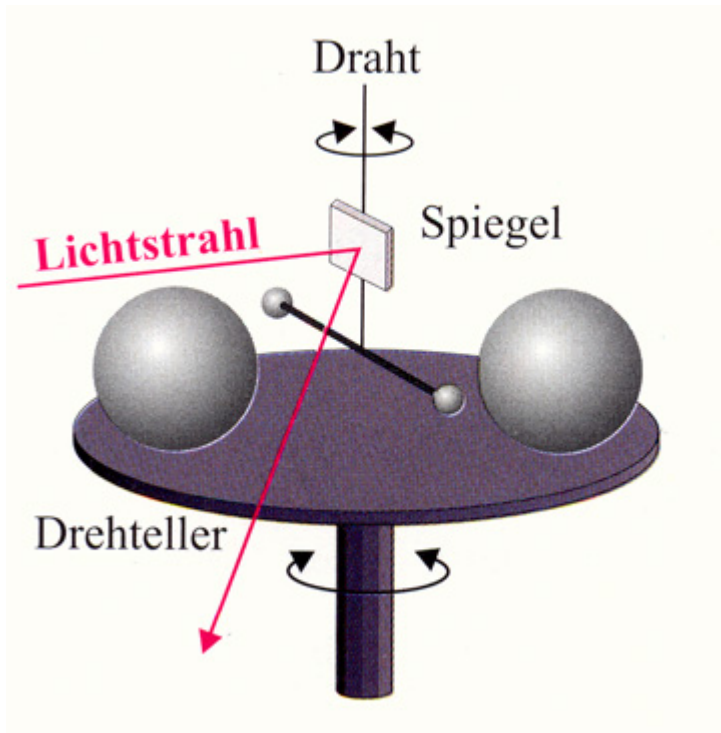


Quelle: <http://home.schule.at/lehrer/grof/physik/astronomie/astronomie.htm>

Heliozentrisches Weltbild:

Quelle: <http://home.schule.at/lehrer/grof/physik/astronomie/astronomie.htm>

Die Drehwaage von Henry Cavendish:



Quelle: <http://home.schule.at/lehrer/grof/physik/astronomie/astronomie.htm>

Bestätigung:

Hiermit erkläre ich, dass die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasst und keine anderen als die im Literaturverzeichnis angegebenen Hilfsmittel verwendet habe. Alle genutzten Internetquellen wurden kenntlich gemacht.

Ort, Datum

Unterschrift